

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИКИ МАТЕМАТИКИ И РОБОТОТЕХНИКИ

ПРИНЯТО

На заседании Ученого совета
Института информатики математики и
робототехники
Протокол от «22» февраля 2024 г. № 4

Директор (декан)  О.А.Кривошеева

УТВЕРЖДЕНО

Директор по образовательной
деятельности

/ И.А. Макаренко



ПОДГОТОВКА КАДРОВ ВЫСШЕЙ КВАЛИФИКАЦИИ

**ПРОГРАММА КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА
ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

НАУЧНАЯ СПЕЦИАЛЬНОСТЬ

1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Отрасль науки:

«Физико-математические науки»

Разработчик:



Д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой Фазуллин З.Ю.

Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ утверждена на заседании кафедры математического анализа (Протокол от «26» января 2024 г. № 6).

1. Общие положения

1.1. Область науки:

1. Естественные науки

Группа научных специальностей:

1.1. Математика и механика

Наименование отрасли науки, по которой присуждаются ученые степени:

Физико-математические науки

Шифр научной специальности:

1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

1.2. Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине (далее «специальная дисциплина») по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ разработана в соответствии с:

Федеральным законом от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;

Постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней»;

Приказом Минобрнауки России от 28.03.2014 г. № 247 «Об утверждении Порядка прикрепления лиц для сдачи кандидатских экзаменов, сдачи кандидатских экзаменов и их перечня»;

Приказом Минобрнауки России от 05.08.2021 г. № 712 «О внесении изменений в некоторые приказы Министерства образования и науки Российской Федерации и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в сфере высшего образования и науки и признании утратившими силу приказов Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 апреля 2013 г. № 296 и от 22 июня 2015 г. № 607»;

Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 24 февраля 2021 г. № 118 «Об утверждении номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени, и внесении изменения в Положение о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, утвержденное приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 ноября 2017 г. № 1093»;

Паспортом научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ;

Уставом УУНиТ;

Приказом УУНиТ от 07.03.2023 г. № 0527 «О Порядке прикрепления лиц для сдачи кандидатских экзаменов».

1.3. Программа кандидатского экзамена регламентирует цель, задачи, содержание, организацию кандидатского экзамена, порядок работы экзаменационной комиссии, порядок оценки уровня знаний соискателя ученой степени кандидата физико-математических наук и включает перечень вопросов, выносимых на кандидатский экзамен, рекомендации по подготовке к кандидатскому экзамену, в том числе, перечень литературы и ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для подготовки к кандидатскому экзамену.

1.4. Кандидатские экзамены представляют собой форму оценки степени подготовленности соискателя ученой степени кандидата физико-математических наук (аспиранта/прикрепленного лица) к проведению научных исследований по конкретной научной специальности и отрасли науки, по которой подготавливается или подготовлена диссертация.

2. Цель проведения кандидатского экзамена

Целью проведения кандидатского экзамена по специальной дисциплине является оценка степени подготовленности соискателя ученой степени кандидата наук (аспиранта/прикрепленного лица) к проведению научных исследований по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ и отрасли науки Физико-математические науки, по которой подготавливается или подготовлена диссертация:

– владение основными понятиями и методами вещественного, комплексного и функционального анализа на уровне, позволяющем получать качественные результаты при решении теоретических и прикладных задач;

– проверка сформированности умений применения методов вещественного, комплексного и функционального анализа к решению научно-исследовательских задач, использования междисциплинарных установок и общенаучных понятий в решении комплексных задач теории и практики в конкретно научной исследовательской деятельности;

– получение практических навыков аргументации в обосновании научного статуса и актуальности конкретной исследовательской задачи, в работе с внеэмпирическими методами оценки выдвигаемых проблем и гипотез.

Сдача кандидатских экзаменов обязательна для присуждения ученой степени кандидата наук.

3. Задачи, решаемые в ходе сдачи кандидатского экзамена

В ходе сдачи кандидатского экзамена необходимо оценить:

– способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях;

– способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области дифференциальных уравнений и математической физики.

4. Структура и содержание кандидатского экзамена

4.1. Кандидатский экзамен по специальной дисциплине по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ проводится в устной форме по билетам. Экзаменационный билет включает в себя три теоретических вопроса. Продолжительность устного ответа на экзамене – 20 минут, время на подготовку к ответу на экзаменационный билет – до 60 минут.

4.2. Комиссия по приему кандидатского экзамена по специальной дисциплине правомочна принимать кандидатский экзамен по специальной дисциплине, если в ее заседании участвуют не менее 3 специалистов, имеющих ученую степень кандидата или доктора наук по научной специальности, соответствующей специальной дисциплине, в том числе 1 доктор наук.

Решение, принятое комиссией, оформляется протоколом по установленной Университетом форме.

4.3. Университет вправе применять дистанционные образовательные технологии при проведении кандидатского экзамена. Особенности проведения кандидатских экзаменов с применением дистанционных образовательных технологий определяются локальным нормативным актом Университета.

При проведении кандидатского экзамена с применением дистанционных образовательных технологий Университет обеспечивает идентификацию личности аспирантов/прикрепленных лиц и контроль соблюдения требований, установленных локальным нормативным актом.

5. Перечень тем, вынесенных на кандидатский экзамен

Блок 1. вещественный анализ

1. Борелевы множества \mathcal{B} на \mathbb{R} . Мера Лебега на \mathcal{B} . Измеримые функции. Теорема Лузина.
2. Сходимость функции по мере и почти всюду. Теорема Егорова.
3. Предельный переход под знаком интеграла. Теорема Лебега о мажорированной сходимости. Теорема Леви о монотонной сходимости. Лемма Фату.
4. Прямые произведения мер. Теорема Фубини.
5. Задача восстановления функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции. Критерий абсолютной непрерывности.
6. Неравенства Гельдера и Минковского в L^p . Полнота L^p .
7. Неравенства Гельдера и Минковского в $L^p(a, b)$. Полнота $L^p(a, b)$.
8. Ортогональные системы в $L^2(a, b)$. Неравенство Бесселя. Замкнутость и полнота. Равенство Парсеваля.
9. Ряд Фурье по тригонометрической системе. Сходимость по норме. Поточечная сходимость. Условия равномерной сходимости.
10. Преобразование Фурье в $L^1(\mathbb{R})$ и $L^2(\mathbb{R})$. Обратное преобразование.
11. Преобразование Фурье в $L^2(\mathbb{R})$. Теорема Планшереля.
12. Ортонормированные системы (онс) в $L^2(a, b)$. Ряд Фурье по онс.

Блок 2. Комплексный анализ

13. Конформные отображения. Принцип сохранения области. Критерии однолиственности.
14. Теорема Римана. Теоремы о соответствии границ при конформных отображениях.
15. Теорема Миттаг-Леффлера о мероморфных функциях с заданными полюсами и главными частями.
16. Целые функции. Рост целой функции. Порядок и тип. Теорема Адамара.
17. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение.
18. Изолированные особые точки (однозначного характера). Теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Принцип аргумента. Теорема Руше.
19. Нули аналитических функций. Теорема единственности.
20. Представление аналитических функций степенными рядами, неравенства Коши.
21. Ряды аналитических функций. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций. Теорема Вейерштрасса.
22. Интеграл типа Коши его предельные значения. Формулы Сохоцкого.
23. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца.
24. Интегральные представления аналитических функций. Интегральная теорема Коши и ее обращение (теорема Мореры).

Блок 3. Функциональный анализ

25. Метрическое пространство (мп). Сходимость в мп. Непрерывные отображения мп. Изометрия. Полное мп. Теорема о пополнении мп.
26. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах (мп). Плотные подмножества

- мп. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра о категории.
27. Принцип сжимающих отображений (псo). Примеры применения псo.
28. Компактность в метрических пространствах. Критерии компактности в пространствах $C[a, b]$ и $L^p(a, b)$.
29. Линейные нормированные пространства. Банаховы пространства. Выпуклые множества и выпуклые функционалы, теорема Хана-Банаха.
30. Линейные ограниченные операторы. Резольвента. Спектр, его классификация. Спектр компактного оператора. Спектр унитарного оператора.
31. Евклидовы пространства. Ортонормированные системы. Теорема Пифагора. Неравенство Бесселя. Неравенство Коши-Буняковского. Тожество параллелограмма. Характеристическое свойство евклидовых пространств.
32. Гильбертовы пространства. Теорема о проекции. Лемма Рисса.
33. Гильбертовы пространства. Теорема Рисса-Фишера. Изоморфизм сепарабельных бесконечномерных гильбертовых пространств.
34. Симметрический оператор. Сопряженный оператор. Самосопряженность. Спектр самосопряженного оператора. Спектральные свойства компактного самосопряженного оператора. Теорема Гильберта-Шмидта.
35. Линейные ограниченные операторы. Теорема о продолжении линейного ограниченного оператора. Пространство линейных ограниченных операторов.
36. Обобщенные функции. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Дифференцирование, прямое произведение и свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста.

6. Перечень документов и материалов, которыми разрешается пользоваться на кандидатском экзамене

Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Во время проведения кандидатского экзамена аспирантам/прикрепленным лицам, привлекаемым к его проведению, запрещается иметь при себе и использовать средства связи.

7. Порядок оценки уровня знаний соискателя ученой степени кандидата наук

8.1. Оценка уровня знаний соискателя ученой степени кандидата наук определяется экзаменационными комиссиями по пятибалльной системе: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

8.2. При оценке знаний и уровня подготовки соискателя ученой степени кандидата наук, определяется:

- уровень освоения материала, предусмотренного программой кандидатского экзамена;
- умение использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- обоснованность, четкость, краткость изложения ответа.

8.3. Общими критериями, определяющими оценку уровня знаний соискателя ученой степени кандидата наук, являются:

– для оценки «отлично»: наличие глубоких и исчерпывающих знаний в объеме пройденного программного материала, правильные и уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, знание дополнительно рекомендованной литературы;

– для оценки «хорошо»: наличие твердых и достаточно полных знаний программного материала, незначительные ошибки при освещении заданных вопросов, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала;

- для оценки «удовлетворительно»: наличие твердых знаний пройденного материала, изложение ответов с ошибками, уверенно исправляемыми после дополнительных вопросов, необходимость наводящих вопросов, правильные действия по применению знаний на практике;
- для оценки «неудовлетворительно»: наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.

8. Методические указания по подготовке к сдаче кандидатского экзамена

При подготовке к кандидатскому экзамену рекомендуется:

Внимательно прочесть источники в списке рекомендуемой литературы и проанализировать информацию.

Сделать выписки (конспект) необходимой информации в соответствии с темами и экзаменационными вопросами.

Систематизировать и классифицировать полученные данные по тематическим разделам и экзаменационным вопросам.

Составить рабочие записи – ключевые опорные пункты в соответствии с логикой ответа на экзаменационные вопросы.

Подобрать необходимую иллюстративную информацию по содержанию ответа на экзаменационные вопросы.

В ходе подготовки к выполнению практического задания обучающийся анализирует результаты диссертационного исследования.

10. Перечень рекомендуемой литературы и ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа: учебник/ А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – 7-е изд. – Москва: Физматлит, 2012. – 573 с. – (Классический университетский учебник). – Режим доступа: URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=82563 – ISBN 978-5-9221-0266-7. – Текст: электронный.

2. Толстов, Г. П. Ряды Фурье: учебное пособие/ Г. П. Толстов. – 2-е изд., испр. – Москва: Гос. изд-во физико-математической лит., 1960. – 198 с. – (Физико-математическая библиотека инженера). – Режим доступа: URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=116178 – Текст: электронный.

3. Ульянов, П. Л. Действительный анализ в задачах : учебное пособие / П. Л. Ульянов, А. Н. Бахвалов, М. И. Дьяченко [и др.]. – Москва : Физматлит, 2005. – 416 с. – Режим доступа: URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=69331 – ISBN 5-9221-0595-7. – Текст: электронный.

4. Бирман, М. Ш. Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве: учебное пособие / М. Ш. Бирман, М. З. Соломяк. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-1076-7. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210518>

5. Евграфов, М. А. Аналитические функции : учебное пособие / М. А. Евграфов. — 4-е изд. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-0809-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210101>

6. Семерикова, Н. П. Ряды аналитических функций : учебно-методическое пособие / Н. П. Семерикова, А. А. Дубков, А. А. Харчева. — Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского,

2016. — 35 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/153333> .

7. Каратеодори, К. Конформное отображение / К. Каратеодори; ред. М. Келдыш. — Москва; Ленинград : Объединенное научно-техническое издательство (Ленинград), 1934. — 127 с. — Режим доступа: URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=102522 — Текст: электронный.

8. Сибиряков, Г. В. Метрические пространства : учебное пособие / Г. В. Сибиряков, Ю. А. Мартынов. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 184 с. — ISBN 978-5-8114-2160-2. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212357>

9. Ахтамова, С. С. Теория функций комплексного переменного: учебно-методическое пособие / С. С. Ахтамова, Е. К. Лейнартас, А. П. Ляпин. — Красноярск: СФУ, 2020. — 100 с. — ISBN 978-5-7638-4330-9. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/181631>

10. Власова, Е. А. Элементы функционального анализа: учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-1958-6. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212189>

11. Библиотека Башкирского государственного университета <http://lib.bashedu.ru>

12. Электронно-библиотечная система БашГУ <https://elib.bashedu.ru>

13. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

14. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://biblioclub.ru>